



Andrzej Borkowski

**MODELOWANIE POWIERZCHNI TERENU ZAWIERAJĄCEJ
LINIE NIECIĄGŁOŚCI NA PODSTAWIE DANYCH SKANINGU
LASEROWEGO¹**

**MODELLING OF TERRAIN SURFACE INVOLVING
DISCONTINUITIES FROM LASER SCANNER DATA**

*Katedra Geodezji i Fotogrametrii Akademii Rolniczej we Wrocławiu,
e-mail: borkowski@ar.wroc.pl
Department of Geodesy and Photogrammetry, Agricultural University of Wrocław*

STRESZCZENIE. Wzrost rozdzielczości techniki skaningu laserowego w ostatnich latach pozwala na modelowanie linii nieciągłości powierzchni terenu na podstawie informacji punktowej. W pracy przedstawiono metodę aproksymacji powierzchni będącą rozwiązaniem zadania wariacyjnego (uogólnienie techniki *snake*), w którym minimalizowana jest energia wewnętrzna powierzchni i zewnętrzna opisująca defekt danych. Energia wewnętrzna opisuje nachylenie i naprężenie powierzchni i jest sumą składowych gradientu i krzywizny powierzchni. Poszczególne składniki energii wewnętrznej są wzajemnie ważone za pomocą swobodnych parametrów, poprzez które możliwe jest lokalne modelowanie właściwości geometrycznych powierzchni. Zadanie wariacyjne rozwiązano metoda Ritza z funkcją bazową typu Gaussa. Parametry modelowanej powierzchni otrzymuje się z rozwiązania układu równań liniowych. Podano przykład modelowania danych skaningu laserowego.

SŁOWA KLUCZOWE: zadanie wariacyjne, nieciągłości powierzchni, snakes, skaning laserowy

1. WPROWADZENIE

Technika skaningu laserowego zrewolucjonizowała w kilku ostatnich latach pozyskiwanie informacji o topografii powierzchni terenowej. Metoda ta jest bezkonkurencyjna, zwłaszcza na obszarach zalesionych i silnie zurbanizowanych, w zakresie budowy aktualnych numerycznych modeli terenu o wysokiej jakości i dokładności. Oprócz daleko posuniętej automatyzacji w zakresie pozyskiwania i opracowania danych nastąpił również wyraźny wzrost rozdzielczości. Osiągalne zagęszczenie na poziomie jednego punktu na

¹ Praca zrealizowana w ramach grantu KBN nr 5T12E05722 „Modelowanie powierzchni terenu na podstawie danych skaningu laserowego”.

metr kwadratowy i większe, pozwala realnie myśleć o modelowaniu, na podstawie informacji punktowej, linii nieciągłości terenu.

Linie nieciągłości to, z matematycznego punktu widzenia linie wzdłuż, których powierzchnia nie jest różniczkowalna, z morfologicznego natomiast to wszelkie linie krawędziowe na skarpach, uskokach itp. linie szkieletowe. Znajomość przestrzennego rozmieszczenia tych linii jest niezbędna do budowy dokładnych NMT wykorzystywanych między innymi dla potrzeb modelowania hydrologicznego czy zarządzania antykryzysowego.

Tradycyjne metody modelowania, dające poprawne wyniki w przypadku powierzchni gładkich, prowadzą tutaj, mniej lub bardziej, do zafałszowania informacji o przestrzennym rozmieszczeniu linii nieciągłości. Efekt ten można zminimalizować stosując model aktywnych powierzchni, będący uogólnieniem funkcji typu *snake*.

2. AKTYWNY MODEL POWIERZCHNI

Model aktywnych powierzchni jest uogólnieniem znanego z cyfrowego przetwarzania obrazów modelu *snake* (Kass *et.al.* 1987, Borkowski 1997). Model ten otrzymuje się z rozwiązania zadania wariacyjnego, w którym minimalizowana jest energia całkowita układu będąca sumą energii wewnętrznej modelowanej powierzchni i energii zewnętrznej,

$$E_{int} + E_{ext} \rightarrow \min . \quad (1)$$

Energię zewnętrzną E_{ext} definiujemy w ten sposób aby modelowana powierzchnia $z = z(x, y)$ przebiegała jak najbliżej danych pomiarowych h z jednoczesnym wygładzeniem błędów pomiaru. Energia wewnętrzna E_{int} opisuje nachylenie i krzywiznę elastycznej powłoki i jest sumą tzw. membrany (*membrane kernel*) i cienkiej elastycznej płyty (*thin plate kernel*). Zadanie wariacyjne (1) możemy zapisać w postaci:

$$\iint_{\mathbb{R}^2} \|h - z\| dx dy + \iint_{\mathbb{R}^2} \left[\alpha (z_x^2 + z_y^2) + \beta (z_{xx}^2 + 2z_{xy}^2 + z_{yy}^2) \right] dx dy \rightarrow \min \quad (2)$$

Pierwsza część wyrażenia po lewej stronie odpowiada energii zewnętrznej, minimalizującej odległość $\|h - z\|$, druga energii wewnętrznej, która jest sumą kwadratów gradientu i hesjanu powierzchni ważonych względem siebie poprzez swobodne parametry α i β .

$z_x := \partial z / \partial x$, $z_{xx} := \partial^2 z / \partial x^2$ itd. oznaczają odpowiednie pochodne cząstkowe. Parametry α i β pozwalają na dowolne modelowanie właściwości geometrycznych powierzchni. W szczególności na lokalne modelowanie linii nieciągłości powierzchni.

3. ZARYS ALGORYTMU

Zadanie wariacyjne (2) można rozwiązać na co najmniej dwa sposoby. Najprostszym podejściem jest sformułowanie ekwiwalentnego do (2) równania różniczkowego, tak zwanego równania Eulera. Rozwiązanie numeryczne równania Eulera polega najczęściej na zastąpieniu pochodnych odpowiednimi różnicami skończonymi co prowadzi do

układu równań liniowych, z których wyznacza się modelowaną powierzchnię punktowo. Rozwiązanie takie ma tę wadę, że może być stosowane tylko do danych o regularnej strukturze – dane pomiarowe muszą być podane na regularnej siatce lub poddane regularyzacji. Alternatywnym podejściem jest zastosowanie metody Ritza, która polega na bezpośrednim rozwiązaniu zadania wariacyjnego.

W metodzie tej nieznaną funkcję $z(x, y)$ aproksymuje się sumą odpowiednio skalowanych funkcji bazowych,

$$z(x, y) \approx \sum_i c_i \varphi_i(x, y), \quad (3)$$

z nieznanymi współczynnikami c_i . Zastąpienie $z(x, y)$ w zadaniu minimalizacji funkcjonalu (2) wyrażeniem (3) prowadzi, po odpowiednich przekształceniach, do zadania minimalizacji funkcji względem parametrów c_i . Istotnym momentem jest teraz wybór odpowiedniej funkcji bazowej. W pracy (Borkowski i Keller, 2003) podano rozwiązanie zadania dla funkcji bazowych typu Gaussa,

$$\varphi_i(x, y) = e^{-\frac{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}{2\sigma_i^2}} \quad (4)$$

z σ_i^2 jako dodatkowym parametrem sterującym dobieranym najczęściej w zależności od odległości pomiędzy punktami. Rozwiązanie, którego szczegóły podano w cytowanej pracy prowadzi do układu równań liniowych postaci:

$$(\mathbf{A}_{\alpha, \beta} + \mathbf{L}^\top \mathbf{L}) \cdot \mathbf{c} = \mathbf{L}^\top \mathbf{h}. \quad (5)$$

Odpowiednie macierze zdefiniowane są następująco:

$$\mathbf{A}_{\alpha, \beta} := (\alpha(a_{ij} + b_{ij}) + \beta(c_{ij} + 2e_{ij} + d_{ij})), \quad (6)$$

$$\mathbf{L} := (\varphi_j(x_i, y_i)), \quad (7)$$

$i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, n$; a wektory \mathbf{c} i \mathbf{h} zawierają odpowiednio nieznanne parametry i wysokości modelowanej powierzchni w punktach pomiarowych. Przez $a_{ij}, b_{ij}, \dots, e_{ij}$ oznaczono odpowiednie iloczyny funkcji bazowej φ_i i jej pochodnych, które powstają po przekształceniu zadania wariacyjnego (2) w zadanie minimalizacji funkcji względem parametrów c_i . Po scałkowaniu tych iloczynów otrzymuje się elementy macierzy \mathbf{A} w postaci następujących zależności (Borkowski i Keller, 2003) :

$$a_{ij} := \varepsilon \left[\frac{\sigma_i^2 \sigma_j^2}{a} + \frac{b_x}{a} \left(\frac{b_x}{a} - x_i - x_j \right) + x_i x_j \right], \quad (8)$$

$$b_{ij} := \varepsilon \left[\frac{\sigma_i^2 \sigma_j^2}{a} + \frac{b_y}{a} \left(\frac{b_y}{a} - y_i - y_j \right) + y_i y_j \right], \quad (9)$$

$$c_{ij} := \frac{\varepsilon}{\sigma_i^2 \sigma_j^2} \left[m_{4x} - 2(x_i + x_j)m_{3x} + (x_i^2 + x_j^2 + 4x_i x_j - a)m_{2x} - 2(x_i x_j^2 + x_j x_i^2 - b_x)m_{1x} + x_i^2 x_j^2 + \sigma_i^2 \sigma_j^2 - c_x \right], \quad (10)$$

$$d_{ij} := \frac{\varepsilon}{\sigma_i^2 \sigma_j^2} \left[m_{4y} - 2(y_i + y_j)m_{3y} + (y_i^2 + y_j^2 + 4y_i y_j - a)m_{2y} - 2(y_i y_j^2 + y_j y_i^2 - b_y)m_{1y} + y_i^2 y_j^2 + \sigma_i^2 \sigma_j^2 - c_y \right], \quad (11)$$

$$e_{ij} := \frac{\varepsilon}{\sigma_i^2 \sigma_j^2} \left[m_{2x} m_{2y} - m_{2x} m_{1y} (y_i + y_j) - m_{1x} m_{2y} (x_i + x_j) + y_i y_j \left[m_{2x} - m_{1x} (x_i + x_j) \right] + x_i x_j \left[m_{2y} - m_{1y} (y_i + y_j) \right] + m_{1x} m_{1y} (x_i + x_j)(y_i + y_j) + x_i x_j y_i y_j \right], \quad (12)$$

w których przyjęto następujące oznaczenia:

$$\varepsilon = \frac{2\pi}{a} \exp \left[\frac{b_x^2 + b_y^2 - a(c_x + c_y)}{2a\sigma_i^2 \sigma_j^2} \right]$$

$$a = \sigma_i^2 + \sigma_j^2$$

$$b_x = \sigma_i^2 x_j + \sigma_j^2 x_i \quad b_y = \sigma_i^2 x_j + \sigma_j^2 x_i$$

$$c_y = \sigma_i^2 y_j^2 + \sigma_j^2 y_i^2 \quad c_x = \sigma_i^2 x_j^2 + \sigma_j^2 x_i^2$$

$$m_{1x} = \frac{b_x}{a} m_{1y} = \frac{b_y}{a}$$

$$m_{2(x,y)} = m_{1(x,y)}^2 + \frac{\sigma_i^2 \sigma_j^2}{a} \quad m_{3(x,y)} = m_{1(x,y)}^3 + 3 \frac{\sigma_i^2 \sigma_j^2}{a} m_{1(x,y)}$$

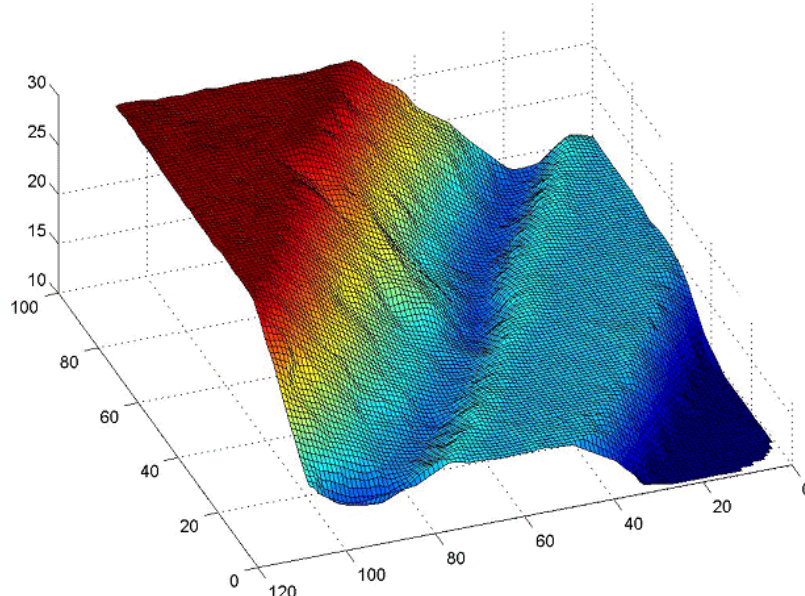
$$m_{4(x,y)} = m_{1(x,y)}^4 + 6 \frac{\sigma_i^2 \sigma_j^2}{a} m_{1(x,y)}^2 + 3 \frac{\sigma_i^4 \sigma_j^4}{a^2}$$

Macierz \mathbf{A} jest symetryczną macierzą pełną. Jej elementy oblicza się na podstawie parametrów funkcji bazowych w punkcie $P(x_i, y_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$ i w punkcie $P(x_j, y_j)$, $j = 1, 2, \dots, n$ oraz współrzędnych tych punktów.

4. PRZYKŁAD TESTOWY

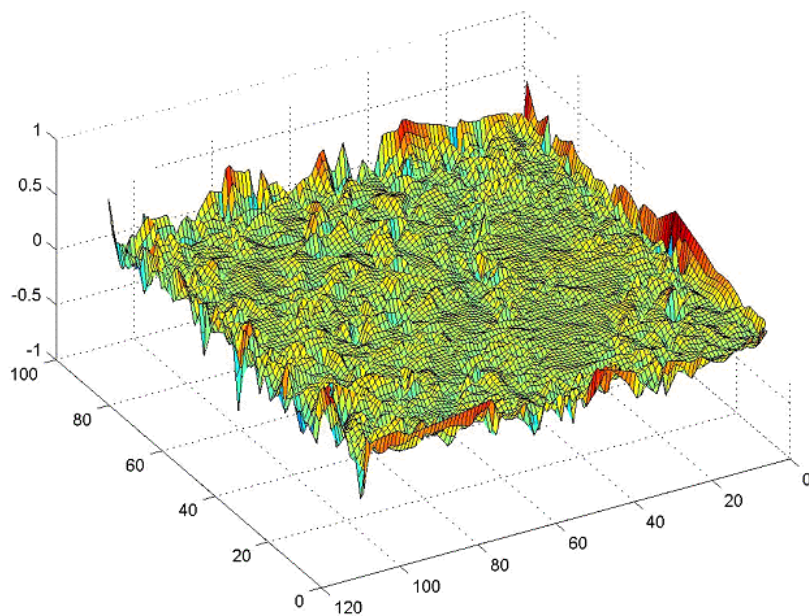
Prezentowaną metodę aproksymacji pokażemy na przykładzie danych skaningu laserowego zaczerpniętym z pracy (Borkowski i Keller, 2003). Rysunek 1 przedstawia fragment kopalni odkrywkowej węgla brunatnego. Dane wyjściowe stanowił zbiór

nieregularnie ale równomiernie w płaszczyźnie xy rozrzuconych punktów o gęstości około 1 punkt na metr kwadratowy. Dane te aproksymowano aktywnym modelem zakładając takie same właściwości filtracyjne na całym obszarze. Wybrano następujące wartości parametrów sterujących aproksymacją: $\alpha = \beta = 1/50$ i $\sigma_i^2 = 10$. Parametry te miały taką samą wartość w każdym punkcie danych. Wybór konkretnych wartości parametrów wynika z oczekiwanej (pożądaney) dokładności aproksymacji. Ponieważ nie może być podany bezpośredni związek pomiędzy tymi parametrami a dokładnością aproksymacji, ustala się je eksperymentalnie. Efekt aproksymacji wygodniej jest analizować na przykładzie residuów przedstawionych na rysunku 2. Podobny rezultat można osiągnąć innymi metodami aproksymacji. Te same dane poddano aproksymacji w ten sposób aby linie krawędziowe uległy możliwie minimalnemu wygładzeniu. Orientacyjny przebieg tych linii określono metodami cyfrowego przetwarzania obrazów i w ten sposób zidentyfikowano punkty pomiarowe leżące w bezpośrednim sąsiedztwie linii krawędziowych. W punktach tych zmieniono wartości parametrów na następujące: $\alpha = \beta = 0$ i $\sigma_i^2 = 0.1$; wymuszając modelowanie linii nieciągłości powierzchni. Efekt aproksymacji z zachowaniem linii nieciągłości pokazują residua na rysunku 3. Wyraźnie widoczne są pasy wzdłuż linii krawędziowych, gdzie wartości residuów oscylują wokół zera podczas gdy na pozostałym obszarze wartości te są porównywalne z aproksymacją bez zachowania linii nieciągłości. Miarą tego podobieństwa może być wartości odchylenia standardowego σ_r , która wynosi w obydwu przypadkach około 0.10 m.

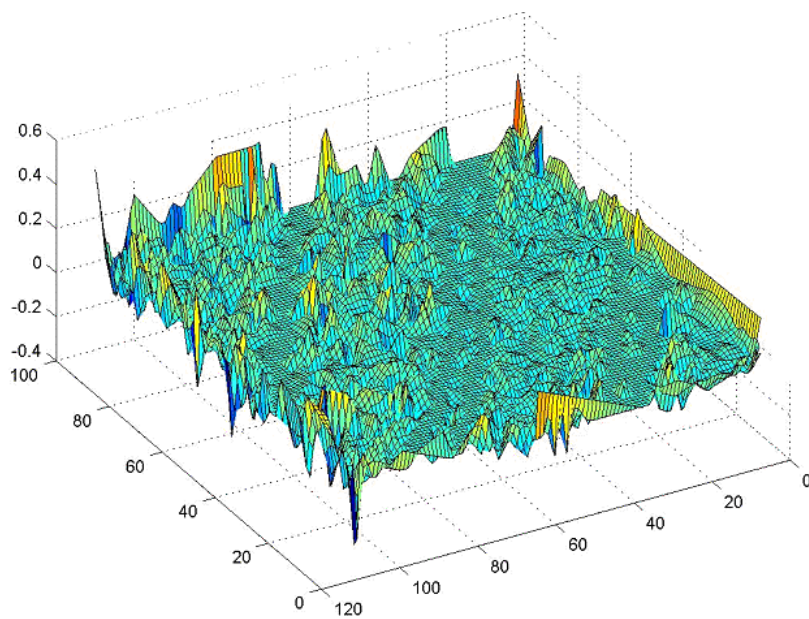


Rys. 1 Dane testowe (Borkowski i Keller, 2003)

Fig. 1 Test data (Borkowski and Keller, 2003)



Rys. 2. Residua – aproksymacja bez zachowania linii nieciągłości
Fig. 2. Residuals – approximation without preservation of discontinuity line



Rys. 3. Residua – aproksymacja z zachowaniem linii nieciągłości
Fig. 3. Residuals – approximation with preservation of discontinuity line

5. ZAKOŃCZENIE

Przedstawioną w niniejszej pracy metodę aproksymacji otrzymuje się w wyniku rozwiązania zadania wariacyjnego, w którym minimalizowane są określone właściwości geometryczne powierzchni wyrażone za pomocą gradientu (nachylenia) i krzywizny powierzchni. Właściwości te mogą być prawie dowolnie modyfikowane; aktywnie w procesie modelowania za pomocą dodatkowych parametrów. Odpowiedni dobór tych parametrów pozwala modelować mniej lub bardziej wyraźnie linie krawędziowe powierzchni. Zaletą metody jest fakt, że może ona być stosowana do danych o dowolnej, nieregularnej strukturze. Parametry modelujące powierzchnię otrzymuje się z rozwiązania układu liniowego, w którym liczba równań jest równa licznie danych punktów pomiarowych. Wynikają stąd trudności ze stosowaniem tej metody w odniesieniu do danych skaningu laserowego, gdzie wielkość zbiorów danych jest na poziomie 10^6 i więcej. Niezbędna jest wtedy odpowiednia segmentacja danych i stosowanie aproksymacji lokalnie. Problem ten dotyczy również innych metod opracowania danych skaningu laserowego.

Za pomocą prezentowanej metody można modelować wygładzone powierzchnie z zachowaniem wyraźnego przebiegu linii krawędziowych. Przebieg tych linii nie jest jednak określony, np. w postaci wektorowej. W wielu zastosowaniach pożądana jest jednak tego typu informacja. Dotychczasowe próby identyfikacji linii krawędziowych terenu na podstawie danych skaningu laserowego sprowadzają się do interpolacji wysokości na regularnej siatce i utworzenia następnie "obrazu cyfrowego". Linie nieciągłości mogą być identyfikowane na podstawie takiego obrazu z wykorzystaniem standardowych metod przetwarzania obrazów. Takie podejście obarczone jest jednak oczywistymi ułomnościami. Linie nieciągłości powinny być modelowane bezpośrednio z danych oryginalnych. Rozwiązanie idące w tym kierunku zaproponowane zostało w pracy (Briese et. al. 2002). Dalsze prace związane z przedstawioną metodą zmierzają do trójwymiarowego modelowania linii szkieletowych w postaci wektorowej.

LITERATURA

- Borkowski A., 1997: Aktywne funkcje sklejące. Zeszyty Naukowe AR Wrocław nr 324, Geodezja i Urządzenia Rolne XIV, s. 61–67.
- Borkowski A., Keller W., 2003: Modelling of irregularly sampled surfaces by two-dimensional snakes. *Journal of Geodesy*, Vol. 77, pp. 543–553.
- Kass M., Witkin A., Terzopoulos D., 1987: Snakes: Active contour models. *Proceedings of the First International Conference on Computer Vision*, IEEE Comput. Soc. Press, 259–268.
- Briese C., Kraus K., Pfeifer N., 2002: Modellierung von dreidimensionalen Geländekanten in Laser-Scanner-Daten. *Festschrift zum 65. Geburtstag von Prof. Dr.-Ing. habil. Siegfried Meier*. Technische Universität Dresden, S. 47–52.

**MODELLING OF TERRAIN SURFACE INVOLVING DISCONTINUITIES
FROM LASER SCANNER DATA****S u m m a r y**

The resolution increase of the laser-scanning technique within the last few years enables on modeling of terrain discontinuities considering only discrete information. In the paper there has been presented the method of surface approximation which was a solution of variational principle (generalization of the *snakes* technique) where the internal – and external energy of surface describing the data defect are minimized. The internal energy describes an inclination and tension of surface and presents a sum of gradient and curvature components. Particular components of internal energy have been weighted by the use of free parameters enabling a modeling of geometrical properties of surface. The variational problem has been solved by the use of the Ritz method with the base Gaussian-type function. Parameters of modeled surface are obtained by solving the linear equations system. Furthermore, a modeling example of laser-scanning data has been presented.

KEY WORDS: variational principle, surface discontinuities, snakes, laser scanning

Recenzent: prof. dr hab. inż. Józef Jachimski, AGH, Kraków