

## ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ВИСОТНОГО ПОЛОЖЕННЯ ПУНКТІВ ГЕОДЕЗИЧНОЇ КІНЕМАТИЧНОЇ МЕРЕЖІ

Третяк К.Р., Турук Д.М.

Національний Університет  
“Львівська політехніка”

## IMPROVING OF ACCURACY OF HEIGHT POINTS POSITION OF GEODESIC KINEMATIC NETWORK

Tretjak K. R., Turuk D. M.

### *Abstract*

*Developed a heights determination methods elevation control points of kinematic network. By experimental way dint of led superiorities of developed methods is compared with classic equilibration method of free networks. Proposed development can use for networks treatment on geodynamic and firing grounds.*

У нівелірних кінематичних мережах висотне положення пунктів зазнає безперервної зміни в часі. Для визначення цих змін у часі проводять регулярні повторні цикли вимірювань у мережі.

У роботі (Третяк К.Р. 2001) приведено методику визначення висот реперів кінематичної мережі, яка ефективніша за точністю від класичного методу урівноваження вільних мереж.

Суть методики полягає у фіксації нерухомої системи координат, яка має прив'язку до реперів мережі тільки на певну епоху. Як правило прив'язка виконується на епоху першого циклу спостережень. То б, то на епоху першого циклу мережа вважається статичною. Далі використовується класичний метод урівноваження кожного циклу спостережень із довільним жорстким репером. За результатами урівноваження знаходимо урівноважені перевищення, які є незалежні від вибору жорсткого пункту. Після цього розв'язується проблема перерозподілу зміщень реперів із врахуванням кінематики мережі. При цьому перевищення між остаточними висотами реперів повинні відповідати урівноваженим перевищенням. Оскільки задача немає однозначного рішення застосовується наступний її розв'язок.

За результатами даного циклу вимірювань і всіх попередніх знаходиться середнє квадратичне відхилення кожного перевищення від його середньої величини за весь період спостережень.

$$\nabla h_{r,i}^k = \sqrt{\frac{\sum_{l=1}^k \left( \Delta h_{r,i}^l - \frac{\sum_{l=1}^k \Delta h_{r,i}^l}{k} \right)^2}{k}}, \quad (1)$$

де  $i, j$  - номера реперів, на які опирається дане перевищення  $\Delta h_{r,i}$ ,  $k$  - порядковий номер останнього циклу спостережень,  $l$  - порядковий номер біжучого циклу спостережень.

Знаходимо ненормований кінематичний коефіцієнт кожного репера за результатами обчислення середніх квадратичних відхилень перевищень, які спираються на даний репер

$$\mathfrak{R}_r = \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq r}}^n \nabla h_{r,l}, \quad (2)$$

де:  $r$  - номер репера, для якого визначається кінематичний коефіцієнт;  $n$  - кількість всіх реперів у мережі;  $L$  - номер біжучого репера.

Знаходимо нормовані кінематичні коефіцієнти всіх реперів

$$K_r = \frac{\mathfrak{R}_r}{\sum_{l=1}^n \mathfrak{R}_l}, \quad (3)$$

Далі з врахуванням кінематичних коефіцієнтів знаходимо середнє вагове зміщення кожної пари реперів

$$\nabla H_{r,j} = \frac{(K_j - K_r)(\Delta H_r - \Delta H_j)}{2(K_r + K_j)}, \quad (4)$$

де  $\Delta H_r, \Delta H_j$  - поправки в наближені висоти реперів отримані з результатів урівноваження мережі.

Знаходимо середнє вагове зміщення всієї мережі за залежністю

$$\delta\delta = \frac{2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \nabla H_{r,j}}{n(n-1)}. \quad (5)$$

Обчислюємо середнє зміщення всієї мережі за результатами урівноваження

$$\Delta\Delta = \frac{\sum_{k=1}^n \Delta H_k}{n}. \quad (6)$$

Знаходимо кінематичне зміщення мережі по відношенню до результатів урівноваження

$$\delta\Delta = \Delta\Delta - \delta\delta. \quad (7)$$

Тепер знаходимо остаточні кінематичні зміщення реперів

$$\delta H_r = \Delta H_r - \delta\Delta. \quad (8)$$

Остаточні висоти реперів у циклі  $l$  будуть рівні

$$H'_i = H_i^{l-1} + \delta H_i \quad (9)$$

За представленою методикою послідовно обчислюються висоти всіх циклів спостережень.

Оцінку точності виконуємо за наступною схемою. Перш за все, за результатами урівноваження кожного циклу, отримуємо середні квадратичні похибки визначення висот реперів по відношенню до жорсткого репера

$$m'_i = \mu \sqrt{Q_u}, \quad (10)$$

яка є впливом похибок вимірювань. Крім неї обчислюємо середню квадратичну кінематичну похибку визначення висоти  $i$ -го репера в циклі  $l$

$$\overline{m'}_i^l = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (\delta H_j - \delta H_i^l)^2}{s}}, \quad j \neq i, j \in I \quad (11)$$

де:  $I, s$  - відповідно множина й кількість реперів, до яких вимірюяні перевищення з репера  $i$ . При вимірюванні перевищень до всіх реперів залежність (11) буде мати наступний вид

$$\overline{m'}_i^l = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (\delta H_j - \delta H_i^l)^2}{n-2}}, \quad j \neq i \quad (12)$$

Середня квадратична похибка положення репера відносно першого циклу спостережень із врахуванням похибок вимірювань і відхилень кінематичної моделі від істинної буде

$$\overline{\overline{m'}_i^l} = \sqrt{\left(m'_i\right)^2 + \left(\overline{m'}_i^l\right)^2 + \sum_{k=2}^l \left(\overline{m'}_i^k\right)^2}. \quad (13)$$

Представлену методику й алгоритм обчислень реалізовано в пакеті MATHCAD.

Переваги запропонованого методу обробки висотних кінематичних мереж доведено експериментальним шляхом. В результаті досліджень встановлено, що із зростанням кількості циклів спостережень, висоти отримані запропонованою методикою, на відміну від висот отриманих методикою обробки вільних мереж, покращують свою збіжність з істинними висотами, що з якісної сторони підтверджує ефективність запропонованого методу. Однак, висоти отримані запропонованою методикою мають розбіжність із істинними висотами. З метою зменшення цих розбіжностей пропонується визначення кінематичних коефіцієнтів із врахуванням ваг циклів спостережень. Вага циклів спостережень зростає із наближенням у часі до останнього циклу спостережень.

Відповідно вираз (1) змінюється до наступного виду

$$\nabla h_{i,j}^k = \frac{\left( \Delta h_{i,i}^l - \frac{\sum_{t=1}^k \Delta h_{i,t}^l}{k} \right)^2}{\sum_{t=1}^k \frac{e^{(u_t - t_f)}}{\sum_{t=1}^k 1/e^{(u_t - t_f)}}} \quad (14)$$

Аналогічні експериментальні дослідження удоскonalеної методики підтверджують її ефективність у порівнянні із раніше запропонованою. Точність визначення істинних висот підвищується у межах 20-30%.

Розроблено методику визначення висот реперів кінематичної мережі. Експериментальним шляхом доведено переваги розробленої методики у порівнянні із класичним методом урівноваження вільних мереж.

Дана розробка може використовуватись для обробки мереж на геодинамічних і техногенних полігонах.

Рецензію на статтю склав професор д.т.н. О.Л.Дорожинський

Третяк К.Р. Порівняння ефективності двох методів обробки висотних кінематичних мереж. Збірник наукових праць Рівненського державного технічного університету. 2001 р. № 1(8).

## **ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ВИСОТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ ПУНКТІВ ГЕОДЕЗИЧНОЇ КІНЕМАТИЧНОЇ МЕРЕЖІ**

*Tretjak K. P., Turuk D. M.*

### *Anotaciya*

Розроблено методику визначення висот реперів кінематичної мережі. Експериментальним шляхом доведено переваги розробленої методики у порівнянні із класичним методом урівноваження вільних мереж.

Дана розробка може використовуватись для обробки мереж на геодинамічних і техногенних полігонах.

## **Podwyższenie dokładności wyznaczenia wysokości punktów geodezyjnej sieci kinematycznej**

### *Abstrakt*

Opracowano metodę wyznaczenia wysokości punktów sieci kinematycznej. Na podstawie przeprowadzonych eksperymentów wykazano przewagę opracowanej metody w porównaniu z metodą klasyczną wyrównania sieci swobodnych.

Metodę można wykorzystać dla opracowania sieci na geo-dynamicznych i technogennych poligonach.