

Zygmunt Paszotta

## PODSTAWY CYFROWEJ METODY BUDOWY ORTOFOTOGRAFII

### Wprowadzenie

Ortofotografia jest technologią pozwalającą na przetworzenie zdjęcia lotniczego będącego obrazem w rzucie środkowym na obraz w rzucie ortogonalnym. Proces ten można zrealizować zarówno analogowo jak i cyfrowo. Obecnie coraz częściej korzysta się ze sposobu drugiego, stosując szeroko komputerowe metody przetwarzania obrazów. Metody cyfrowej budowy ortofoto omawiane są w literaturze ( Mayr i Heipke 1988, Heipke 1992, Loodts 1993) jednakże przedstawione opisy są ogólnikowe.

Celem pracy było sformułowanie poprawnego opisu podstaw cyfrowej metody budowy ortofotografii. Autor zdawał sobie sprawę, że wobec rozległości zagadnienia nie jest w stanie opisać wszystkich aspektów metody.

Dla realizacji wyżej sprecyzowanego celu założono, że materiałem wyjściowym jest zdjęcie lotnicze pewnego obszaru. W wyniku zeskanowania tego zdjęcia uzyskano zbiór cyfrowy. Znany jest również odpowiedni numeryczny model terenu. Uwzględniając te założenia opracowano i przedstawiono podstawowe problemy związane z budową cyfrowego obrazu ortofotografii na komputerze klasy PC. Realizacja praktyczna przedstawionej metody będzie tematem kolejnych publikacji.

Pierwszym problemem, który zostanie omówiony jest wyznaczenie elementów orientacji zdjęcia w postaci cyfrowej.

### Wyznaczanie elementów orientacji

Zdjęcie lotnicze można traktować jako fizyczną interpretację obrazu w przekształceniu perspektywicznym przestrzeni euklidesowej trójwymiarowej na płaszczyznę euklidesową (Sitek 1991). Wynika to z budowy kamery fotograficznej oraz właściwości propagacji fal elektromagnetycznych. Wprowadźmy w przestrzeni dwa prawoskrętne prostokątne układy współrzędnych, terenowy OXYZ oraz układ kamery Sxyz i przez A oznaczmy macierz cosinusów kątów między ich osiami .

Zależności między współrzędnymi terenowymi punktu a współrzędnymi tłowymi punktu na zdjęciu można wyprowadzić korzystając z warunku współliniowości trzech punktów:

- wybranego terenowego punktu  $B(X, Y, Z)$ ,
- jego obrazu  $b(x, y, c_k)$ ,
- środka rzutów  $S(X_0, Y_0, Z_0)$ .

Można je przedstawić w postaci następujących równań:

$$x = x_0 - c_k \frac{a_{11}(X - X_0) + a_{12}(Y - Y_0) + a_{13}(Z - Z_0)}{a_{13}(X - X_0) + a_{23}(Y - Y_0) + a_{33}(Z - Z_0)}, \quad (1)$$

$$y = y_0 - c_k \frac{a_{12}(X - X_0) + a_{22}(Y - Y_0) + a_{23}(Z - Z_0)}{a_{13}(X - X_0) + a_{23}(Y - Y_0) + a_{33}(Z - Z_0)},$$

gdzie:

$x_0, y_0$  - współrzędne punktu głównego zdjęcia.

$c_k$  - odległość obrazowa kamery.

$a_{11}, a_{12}, \dots, a_{33}$  - elementy macierzy  $A$ .

Powyższe równania kolineacyjne można przekształcić do postaci wzorów na transformację rzutową we współrzędnych kartezjańskich. Przekształcenie to nazywane również bezpośrednią transformacją liniową (Direct Linear Transformation) zapiszemy w postaci:

$$x = \frac{AX + BY + CZ + D}{EX + FY + GZ + 1}, \quad (2)$$

$$y = \frac{HX + IY + JZ + K}{EX + FY + GZ + 1},$$

gdzie:

$x, y$  - współrzędne tlowe punktu.

### X.Y.Z - współrzędne terenowe punktu.

Określenie związków między współrzędnymi tłowymi punktu w układzie współrzędnych skanera i odpowiednimi współrzędnymi w układzie terenowym wymaga znajomości odpowiedniej liczby punktów dostosowania. Załóżmy, że mamy już współrzędne terenowe punktów dostosowania. Należy pomierzyć współrzędne tlove punktu zwiualizowanego obrazu cyfrowego, tzn. numer wiersza i kolumny w którym leży piksel. Po wskazaniu odpowiedniego punktu na ekranie współrzędne te oblicza się na podstawie pozycji kursora, położenia obrazu na ekranie i parametrów obrazu. Ewentualną korekcję położenia punktów należy dokonywać tylko wtedy, gdy zniekształcenia geometryczne obrazu przekraczają wielkość błędu pomiaru położenia. Błąd ten zależy od konstrukcji urządzenia skanującego.

Równania kolincacyjne (1) zawierają dziewięć nieznanych, niezależnych parametrów. W celu estymacji parametrów metodą najmniejszych kwadratów, równania należy linearyzować. W przypadku przekształcenia rzutowego (2) dla  $n$  punktów mamy układ  $2n$  równań poprawek:

$$AX_i + BY_i + (Z_i + D) - EX_i(x_i + v_{1i}) - FY_i(x_i + v_{1i}) - GZ_i(x_i + v_{1i}) - (x_i + v_{1i}) = 0 \quad (3)$$

$$-FX_i(y_i + v_{2i}) - FY_i(y_i + v_{2i}) - GZ_i(y_i + v_{2i}) + HX_i + IY_i + JZ_i + K - (y_i + v_{2i}) = 0$$

Dla wyestymowania jedenastu współczynników układ należy linearyzować lub skorzystać z uproszczonej postaci równań, w której nie uwzględniamy poprawek w iloczynach.

Badaniem kryteriów wyboru równań postaci (1) i (2) zajmował się Lars-Ake (1992). Jako jedno z kryterium oceny czy równania prawidłowo wyznaczają związek między współrzędnymi tłowymi i terenowymi, przyjął błędy średnie współrzędnych terenowych z równań postaci (1) lub (2) o współczynnikach wyestymowanych dla kilku kamer. Okazuje się, że ze wzrostem liczby punktów dostosowania różnica pomiędzy błędami szybko maleje i przy liczbie punktów równej około trzynastu wszystkie metody dają podobne wyniki. Ponadto dla trzynastu punktów dostosowania błędy współrzędnych terenowych wyznaczone metodą linearyzacji równań (3) były mniejsze w porównaniu z metodą estymacji dziewięciu elementów orientacji na podstawie równań kolincacyjnych.

### Związki między obrazami

Obrazy terenu mogą być przedstawione jako funkcje z przestrzeni euklidesowej  $R^2$  do przestrzeni kolorów  $C$ . W przestrzeni  $R^2$  określony jest układ współrzędnych  $x,y$  zdjęcia. Jako przestrzeń  $C$  dla zdjęcia tonalnego możemy

przyjąć odcinek  $[0,1]$ . Natomiast dla zdjęcia kolorowego jako przestrzeń kolorów  $C$  w paletcie RGB można przyjąć sześciian

$$C = [0,1] \times [0,1] \times [0,1] \quad (4)$$

W wyniku zeskanowania tego obrazu uzyskujemy obraz cyfrowy, tzn. funkcję z przestrzeni pikseli  $P$  do przestrzeni kolorów  $C$  (Skarbek 1993).

Przeźnię kolorów może być w ogólności przestrzenią obrazów wielospektralnych następującej postaci:

$$C = [0, L_1] \times \dots \times [0, L_k], \quad (5)$$

gdzie  $[0, L_i] = \{0, \dots, L_i - 1\} \subset Z$  jest przedziałem liczb całkowitych, do którego należą poziomy cyfrowe  $i$ -tej składowej obrazu.

W szczególnych przypadkach przestrzeń  $C$  może być następująca:

- a) obrazy binarne, wtedy  $k = 1$ ,  $L_1 = 1$ ;
- b) obrazy z odcieniami szarości, wtedy  $k = 1$ ,  $L_1 = h$  - gdzie najczęściej  $h$  jest równe 4.16.64.256.
- c) obrazy 3-spektralne, wtedy  $k=3$ ; np. 24-bitowe obrazy w paletcie RGB dla których  $L_1 = L_2 = L_3 = 256$

Dane jest zdjęcie lotnicze, któremu odpowiada funkcja

$$c: (x, y) \rightarrow c(x, y) \quad (6)$$

Można przyjąć, że jest to zdjęcie lotnicze tonalne dla którego  $c(x, y) \in [0,1]$ . Uogólnienie dalszych rozważań na zdjęcia kolorowe będzie polegało na powieleniu wzorów dla kolejnych wyciągów spektralnych.

W dziedzinie  $D_c \subset R^2$  funkcji  $c$  możemy określić zbiór pikseli  $P$  następująco:

$$P = \{P_{ij} : (i, j) \in IP(i_1, j_1)\} \quad (7)$$

gdzie  $IP(i_1, j_1) = \{(i, j) \in Z^2: 0 \leq i \leq i_1, 0 \leq j \leq j_1\}$  jest zbiorem indeksów pikseli.

Zakładamy, że piksel jest kwadratem o boku  $b$

$$P_{ij} = \{(x, y): |x - x_{ij}| < b, |y - y_{ij}| < b\} \quad (8)$$

wtedy środek piksela o indeksach  $(i, j)$  ma współrzędne

$$x_{ij} = x_1 + jb, \quad y_{ij} = y_1 + ib, \quad (9)$$

gdzie  $x_1, y_1$  są współrzędnymi środka piksela o indeksie  $(0, 0)$ .

Obraz (6) w postaci cyfrowej posiadający  $h$  poziomów szarości jest więc funkcją

$$f: P_{ij} \rightarrow c_{ij} = INT\left(\frac{h}{b^2} \iint_{P_{ij}} c(x, y) dx dy\right) \quad (10)$$

Dla danego punktu indeksy piksela do którego ten punkt należy wyznaczamy z równości

$$i = INT((x + b/2)/b), j = INT((y + b/2)/b), \quad (11)$$

które zapiszemy w postaci funkcji

$$(i, j) = e(x, y) \quad (12)$$

Z równości (8) wynika, że dla danych przyporządkowanie między pikselami i ich indeksami jest wzajemnie jednoznaczne. Obrazowi cyfrowemu  $f$  powstałemu w wyniku zeskanowania zdjęcia odpowiada zatem funkcja

$$c_{ij} = f_1(i, j) \quad (13)$$

Zajmiemy się teraz budową obrazu terenu we współrzędnych terenowych. Złożenie funkcji  $f_1$  i  $e$  daje przyporządkowanie między współrzędnymi tłowymi zdjęcia a poziomami szarości

$$c_{ij} = f_1(e(x, y)) \quad (14)$$

Jeżeli znamy przekształcenie z układu  $X, Y, Z$  do  $x, y$  postaci (1) lub (2), tzn. przekształcenie

$$(x, y) = g(X, Y, Z), \quad (15)$$

to dla danej powierzchni  $Z = H(X, Y)$ , która jest zapisana w postaci numerycznego modelu terenu, mamy obraz

$$(X, Y) \rightarrow f_1(e(g(X, Y, H(X, Y)))) \quad (16)$$

który zapiszemy jako funkcję

$$(X, Y) \rightarrow F(X, Y). \quad (17)$$

Jest to już obraz we współrzędnych terenowych uzyskany z obrazu. Gdyby istniała możliwość jego punktowego wygenerowania byłby to kartometryczny obraz terenu w lokalnym terenowym układzie współrzędnych w skali 1:1 tzn. ortofoto.

Z równości (16) i (17) wynika, że muszą być spełnione następujące warunki:

- dla wybranego w terenie obszaru posiadamy numeryczny model terenu, tzn.  $D_F \subset D_H$ .

- wybrany obszar terenu po transformacji (15) znajduje się w obszarze zdjęcia, tzn.  $D_g^{-1} \subset D_e$ .

Ponieważ wszystkie fotografowane punkty leżą po tej stronie płaszczyzny zdjęcia, po której nie leży środek rzutów zatem zawsze spełniony jest warunek  $(X, Y, H(X, Y)) \in D_g$ .

Należy jeszcze rozważyć problem istnienia obrazu punktu na zdjęciu dla każdego punktu w terenie należącego do  $D_F$ . Zauważmy, że z dwóch punktów które

leżą na jednej prostej przechodzącej przez środek rzutów na zdjęciu znajduje się obraz punktu bliższego środka rzutów. Ten dalszy nie jest zatem możliwy do odtworzenia na ortofoto.

Cyfrowe ortofoto jest obrazem złożonym z pikseli w innym układzie współrzędnych, niż dotychczas wprowadzone, który oznaczymy jako  $O'x'y'$ . Związki między współrzędnymi  $X, Y$  punktu w układzie terenowym i współrzędnymi  $x', y'$  punktu są następujące:

$$X = a_1 + x' / \lambda, \quad Y = a_2 + y' / \lambda \quad (18)$$

gdzie:  $a_1, a_2$  są współrzędnymi punktu  $O$  w układzie  $OXY$  a  $\lambda$  współczynnikiem skali tworzonego obrazu. Korzystając z równań (18) można zapisać obraz (17) jako funkcję

$$(x', y') \rightarrow F((a_1 + x' / \lambda), (a_2 + y' / \lambda)) \quad (19)$$

którą zapiszemy ostatecznie jako funkcję

$$(x', y') \rightarrow F_1(x', y'). \quad (20)$$

Jeżeli będziemy wizualizować ten obraz na urządzeniu o boku piksela  $d$  to tym samym zbudujemy w terenie siatkę kwadratów o boku

$$B = \frac{d}{\lambda} \quad (21)$$

Załóżmy, że budujemy obraz prostokątnego obszaru terenu. Dziedzina funkcji  $F(X, Y)$  jest prostokąt. Dziedzina funkcji  $F_1(x', y')$  jest również prostokąt. Zbiór indeksów pikseli  $P'$  obrazu  $F_1$  i pikseli  $P''$  siatki w terenie jest jednakowy, można go zapisać jako

$$IP'(i'_1, j'_1) = \{(i, j) \in Z^2 : 0 \leq i \leq i'_1, 0 \leq j \leq j'_1\} \quad (22)$$

Znając indeksy pikseli można obliczyć współrzędne środka piksela  $P'_{ij}$ , w układzie  $O, x', y'$ . Będą one równe:

$$x'_i = \frac{d}{2} + id, \quad y'_j = \frac{d}{2} + jd \quad (23)$$

Budując ortofotografię wypełniamy siatkę pikseli  $P'$  o boku  $d$  odpowiednimi poziomami szarości zmieniając kolejno indeksy (22) w liniach  $i$  w kolumnach. Problem polega na tym aby korzystając z uprzednich związków możliwie dokładnie wskazać, z którego punktu na zdjęciu pobrać poziom szarości lub na podstawie jakich punktów  $i$  w jaki sposób go obliczyć.

### Interpolacja poziomów szarości pikseli

Jeżeli budujemy cyfrowy obraz ortofotografii

$$G: P'_{ij} \rightarrow c'_{ij} \quad (24)$$

to tak jakbyśmy budowali we współrzędnych terenowych obraz

$$G_1: P^*_ij \rightarrow c^*_ij \quad (25)$$

gdyż przesuwaniu się po pikselach  $P'_{ij}$  odpowiada przesuwanie się w terenie po kwadratach o bokach  $B$  i środkach wyznaczonych za pomocą wzorów (18) i (23). W celu wyznaczenia  $c^*_ij$  będziemy porównywać obrazy  $G_1$  i  $F$  przyjmując warunek aby odległość między tymi obrazami była najmniejsza, tzn. aby

$$\iint_{D_F} (F(X, Y) - G_1(X, Y))^2 dXY = \sum_{i=0}^{i_1} \sum_{j=0}^{j_1} \iint_{P^*_ij} (F(X, Y) - c^*_ij)^2 = \min \quad (26)$$

skąd wynika, że



$$\iint_{P_{ij}^*} (F(X, Y) dXY - B^2 c_{ij}^*) = 0 \quad (27)$$

Piksel  $P_{ij}^*$  ortofotografii powinien zatem przyjąć poziom szarości

$$c_{ij}^* = INT\left(\frac{1}{B^2} \iint_{P_{ij}^*} F(X, Y) dXY\right) \quad (28)$$

Tworząc obraz ortofotografii szybciej niż całki oblicza się wartości skończonych sum

$$c_{ij}^* = INT\left(\frac{1}{(2I+1)(2k+1)} \sum_{i=I-k}^I \sum_{j=-k}^k F\left(X_i + \frac{iB}{2I+2}, Y_j + \frac{jB}{2k+2}\right)\right) \quad (29)$$

W szczególnym przypadku dla  $k=I=0$  uzyskuje się wtedy

$$c_{ij}^* = F(X_i, Y_j) \quad (30)$$

Rekonstrukcja obrazu za pomocą wzoru uśredniającego (28) czyli interpolacji pokryciowej powoduje, jak każde uśrednianie, zmniejszenie wariancji co uwidacznia się jako rozmazanie konturów i szczegółów. Z drugiej strony w wyniku zastosowania interpolacji przez powielenie (30) uzyskamy obraz bardziej odległy od pierwowzoru jakim jest zeskanowane zdjęcie.

W celu wyznaczania poziomów szarości  $c_{ij}^*$  obrazu  $G$  postaci (24) można zastosować metodę interpolacji dwuliniowej. Podobnie jak poprzednio, przedstawione dalej obliczenia wykonujemy dla wszystkich sekwencyjnie wybranych pikseli.

Dla piksela  $P_{ij}^*$  korzystając kolejno z wzorów (23), (18), z numerycznego modelu terenu i z przekształcenia (15), obliczamy w układzie współrzędnych płowych zdjęcia Oxy współrzędne  $(x^1, y^1)$  obrazu środka piksela  $P_{ij}^*$ . Stosując dalej wzór (11) obliczamy jego indeksy  $(i^1, j^1)$ . Indeksy pozostałych trzech sąsiednich pikseli względem punktu  $(x^1, y^1)$  są następujące:  $(i^1, j^1+1)$ ,  $(i^1+1, j^1+1)$ ,  $(i^1+1, j^1)$ . Szukaną wartość  $c_{ij}^*$  traktujemy jako poziom szarości w punkcie  $(x^1, y^1)$ , interpolowany na podstawie poziomów szarości czterech otaczających go

pikseli zeskanowanego zdjęcia. Przyjmując oznaczenia  $\Delta x = (x - x_{i,j})$ ,  $\Delta y = (y - y_{i,j})$ , można go obliczyć następująco:

$$c_j = INI \left( \frac{1}{b^2} (c_{i,j} (b - \Delta x)(b - \Delta y) + c_{i+1,j} \Delta x (b - \Delta y) + c_{i,j+1} (b - \Delta x) \Delta y + c_{i+1,j+1} \Delta x \Delta y) \right) \quad (31)$$

Przedstawiona metoda interpolacji wyznacza zatem wartość poziomu szarości dla punktu, i tę wartość przyporządkowujemy pikselowi. Ponieważ zawsze uwzględnia się poziomy szarości czterech sąsiednich pikseli na zdjęciu zatem obliczona wartość nie zależy od współczynnika skalowego  $\lambda$  ortofoto. Łatwo zauważyć, że jedną z czterech wartości jest poziom szarości który obliczamy w metodzie interpolacji przez powielenie (30).

### Podsumowanie

Przedstawione teoretyczne rozważania stanowią formalny opis zasadniczych elementów metody budowy ortofotografii. Stanowiły one podstawę do utworzenia odpowiednich algorytmów obliczeniowych a następnie programów na komputer klasy PC w środowisku Windows 3.x. Z artykułu wynika, że pewne etapy budowy ortofotografii można zrealizować za pomocą różnych metod. Dobór metod warunkują wielkości zniekształceń geometrycznych i radiometrycznych oraz czas wykonywanych obliczeń ortofotografii cyfrowej.

### Piśmiennictwo

- Heipke C. 1992. A Global Approach for Least-Squares Image Matching and Surface Reconstruction in Object Space. Photogrametric Engineering & Remote Sensing, No.3.
- Lars-Ake E. 1992. Comparison precision and reliability of point coordinates using DLT and Bundle approach. Proc. 17th ISPRS Commision III., Washington, D.C.
- Loodts J. 1993. Digital Orthophotos and GIS: The Perfect Couple. InfoMan '93, 2nd International Fair of Information Management. Gdańsk.
- Mayr W., Heipke C. 1988. A contribution to digital ortophoto generation International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing. Congress Kyoto. Commission IV, Vol. 27 Part B11, pp IV 430-439.
- Sitek Z. 1991. Fotogrametria ogólna i inżyneryjna. PPWK im Eugeniusza Romera Warszawa-Wrocław.
- Skarbak W. 1993. Metody reprezentacji obrazów cyfrowych. Akademicka Oficyna Wydawnicza PLJ Warszawa.

Recenzował: Prof. dr hab. inż. Kazimierz Sikorski